

# 第一章 乐高积木的几何原理

乐高积木的几何原理：我看到过很多同学刚刚设计机器人小车，他们首先会选择最有用的少许积木把小车搭好，兴致勃勃地编写好程序、下载，可是一松手，小车散了……但这并不影响他们的热情，他们会不停地改进，直到小车能轻松跑完全程……在这个过程中，他们已经开始根据乐高积木的各种特点，运用结构、机械原理来完善模型的结构，虽然他们并不是很清楚乐高积木的何学原理，也没有被指导过怎么做。

乐高积木为什么能够很紧密地接合在一起？能完美地实现实验仿真？这不仅在于它有两千多个各种形状的积木组件，有足够的零件让你完成你的设想，更重要的是，这些积木组件都按同一标准严格设计、生产，所有积木都是可兼容的。它依据的标准就是乐高单位，而且积木有严格的质量保持，乐高积木模具公差仅为 0.000005 米。怎样巧妙地利用乐高积木的特点——梁、块、板和孔之间的关系——完善你的结构，完成你独一无二的设计？

本章包含的内容：

- ☒ 尺寸和单位的表示
- ☒ 方形的乐高世界
- ☒ 垂直支撑
- ☒ 倾斜的乐高世界
- ☒ 斜支撑
- ☒ 水平方向的尺寸和单位的表示
- ☒ 铰链的支撑

## 1.1 简介

在你进入乐高机器人世界之前，希望你能先掌握那些乐高积木中涉及的基本几何学原理。不用担心，我们并不是要对你进行复杂的方程式和三角法则的测试，仅讨论一些非常简单的概念和解释一些常用的术语，这样，在入门阶段就可以更容易地搭建出实际的模型。在本章，你将会发现乐高爱好者使用什么单位来表示尺寸，如何来表示积木的面积，如何将积木从不同的方位连接组合起来。

我们鼓励你使用手里的乐高组件对照本章的例子自己搭建一遍。把机器人套装放在手边，以便随时挑选必要的积木，不过这一章节中的例子多数都只用到一些块和板。

如果由于某种原因，这部分材料对你来说过于复杂，你不必强求自己掌握，可以跳过这一章直接进入其它部分。在你需要的时候，你都可以回过来将这一章节当作术语表来使用。

## 1.2 尺寸和单位

乐高爱好者通常按顺序用 3 个数字表示乐高积木的尺寸：宽度、长度和厚度。使用乐高积木的一般方法是：“嵌入式”，当表示积木的尺寸时，都要考虑这种方位，不论是积木颠倒还是在 3 维空间旋转。

高度是识别积木的最基本的属性，它是指积木的底部到顶部之间的距离。宽度按照我们习惯指的是水平方向上的两个尺寸中较短的一个（长度就是另外一个）。长度和宽度的表示单位是用“凸点”来表述的，也叫作“乐高单位”。这样，我们可以描述绝大多数积木的尺寸。乐高单位在1949年第一次被使用，是一个2×2的积木块（如图1所示）。

也可以不用乐高单位来表示乐高积木的尺寸，而采用公制（米制）单位，两个突点圆心间的宽度相当于8mm，一块积木的厚度（不包括突点的高度）相当于9.6mm。能否记住这些数据并不重要——重要的是要知道它们有不同的数值，也就是说你需要两个不同的单位来标注高度和长度。它们之间的数值比就相当重要了：9.6除8得1.2（垂直方向的单位长度是水平方向的单位长度的1.2倍。这个比值很容易记住，如果换算成整数比就是6:5。在下一章节我们将会研究这一比值的关联。

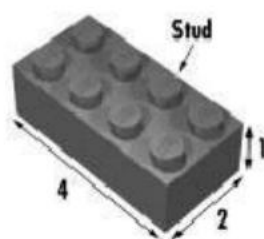


图 1.1 一块乐高积木砖的尺寸

图 1.2 显示的是最小的乐高积木砖，用乐高单位来表示是1×1。实际上这个乐高“立方体”根本不是立方体。

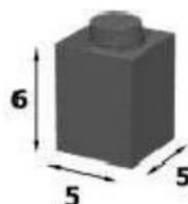


图 1.2 尺寸为1×1的乐高积木砖的比例关系

在乐高组件中，有一类积木的厚度是块状积木厚度1/3。其中最重要的组件就是“板”，这些板中大多数是矩形，少数具有特殊形状。将3块板叠在一起，它的厚度就相当于一块标准的积木块的厚度（见图1.3）。

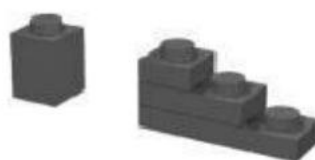


图 1.3 三块板的高度等于一块砖的高度

### 1.3 方形的乐高世界：垂直的支撑

我们为什么要关心这些关系呢？要回答这个问题，就要追溯到 70 多年前，乐高 TECHNIC 生产线刚刚诞生的时候。从那时起，就设计和使用乐高来搭建由水平层组成的物体：把积木砖和板恰当的组合到一起。每个孩子都会很快知道 3 块板的厚度等于 1 块砖的厚度，这也是他们所需要知道的全部东西。但是在 1977 年，乐高决定以年龄更大的顾客为对象，引进一系列新的生产线：LEGO TECHNIC。它们共同的特点是带孔的 1 呎的积木块，我们称之为 TECHNIC 积木块，或者叫作梁（图 1.4）。这些孔可以让轴穿过，也可以通过销子将梁互相连接起来，这样就创造了一个完美的乐高世界。



图 1.4 乐高 LEGO TECHNIC 梁

假设你要在垂直位置装一根梁，用来支撑两层或者更多层的水平位置的梁：这里我们必须记住 6:5 这个比值。梁上的孔与凸点一样都以相同的间距排列，但它们与凸点是以半个凸点间距交错排列的。这样，当我们把两根梁嵌在一起，水平方向两孔的间距不等于垂直方向两孔的间距，从而，不同层面上的孔就不能与之配合。换句话说，由于 6:5 的尺寸关系，一根垂直的梁上的孔不能够与一叠嵌在一起的梁上的孔相配合。至少不是所有的孔都能吻合。但让我们仔细观察一下：用 6 的倍数（6、12、18、24、30……）来计算垂直方向的单位，并用 5 的倍数（5、10、15、20、25……）来统计水平方向的单位。不要数开始的积木和开始的孔，因为它们是你的参照点；你测量的就是距离这个点的长度。当你数到 5 个垂直单位的长度达到了 30，当你数到 6 个水平方向单位，长度也达到了相同的数值（见图 1.5）。

从中我们得到了一个定理：在叠嵌在一起的梁中，第 5 根梁的孔是和与之正交的垂直的梁上的孔重合的。

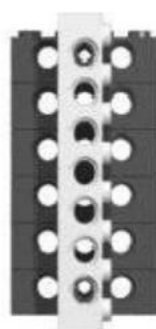


图 1.5 水平的梁与垂直的梁的配合

现在你可以用梁搭建一堵墙，然后用一根长的梁来固定它，从而实际验证这个规则。如果你把一根轴放进第一个连通的孔中，然后试图将第二根轴放进接下去的孔里，你会发现在开始的积木上加上 5 根梁和 10 根梁，交叉的梁上的孔才是连通的（见图 1.6）。

这种交叉的梁的技巧是非常重要的。它可以使我们搭建出坚固的模型，垂直的梁将与之

连接的两根水平梁之间的积木锁住。遗憾的是需要将 6 根梁搭建在一起，才能用一根横贯的梁将它们锁住。是否可以采用其它更好的方法呢？记得垂直单位有一个子单位——乐高板的高度。3 块板组成一块砖，我们可以这样计算板的高度。高度以 2 个单位的倍数而不是 6 个单位（2 是 6 的  $\frac{1}{3}$ ）。高度的级数就变为 2、4、6、8、10。5 块垂直的板的高度就为 10。这个高度值刚好等于水平方向上孔的间距，因此我们的最后得出的结论是：每 5 块板的高度，垂直梁的孔刚好可以配合。

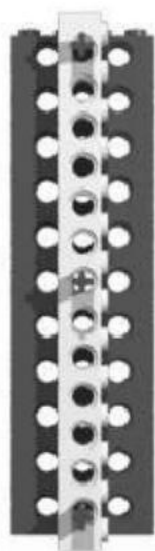


图 1.6 5 块梁的高度刚好与孔配合

不幸的是，板不能用于连接垂直梁，原因十分简单，板没有孔！但是一根梁与 3 块板的高度是一样的，知道这些，我们就可以在计算上做如下规定：从梁的底部开始，每加一块板就增加一个单位，每加一块梁增加 3 个单位，并要保证至少一根梁在顶部，如果结果是 5 的倍数，孔就能与垂直梁配合。

最简洁的设计如图 1.17 所示用一根垂直梁固定水平层：一根梁和两块板的高度相当于 5 块板。连接垂直梁的唯一方法就是使用 5 块板产生两孔的距离。在乐高工程师设计的模型中都使用这种方法。

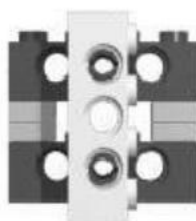


图 1.17 最紧凑的固定结构

随着连接距离的增加，连接的方式也增多了，下一步就是连接 10 块板/4 孔的间距，但连接同样 10 块板的高度，可以有许多方法。如图 1.18

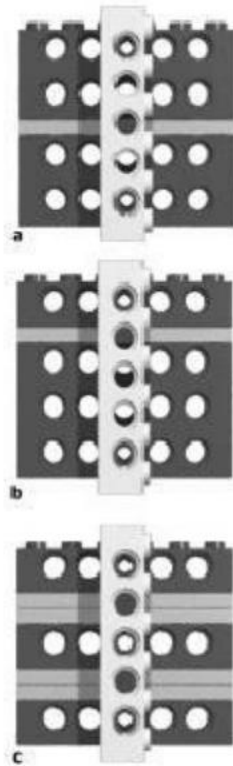


图 1.8 标准栅格结构

图 1.18 c 中所所示的连接是比较常用的，它是基于图 1.7 中的设计结构的。因为在中间位置固定了梁，当你搭建模型时，1 块梁+2 块板+1 块梁+2 块板的连接方式可以让你搭建更牢固：间隔一个孔连接，在 Eric Brok 的网站上称它为标准结构（见附录 A），它可以使连接最优化。

你一定要局限于使用这种连接方式吗？不要约束自己的想象力！这只是一些小技巧，在许多情况下，特别是当你不知道如何去做时，这些技巧对你很有用。在很多应用中我们使用了不同的设计结构，对你同样也同样有帮助。

#### 1.4 倾斜乐高世界——斜支撑

乐高粱是不是只能垂直连接呢？乐高最大的特点是搭建方形的物体，但斜连接同样可以，它可以使我们的世界更加丰富多彩，同时又提供了一个有力的解决问题的工具。

你现在知道如何用一根垂直梁去连接一堆梁和板，而且你也知道了它们的数字关系。但如何用一根斜梁支撑水平梁？这根斜梁看起来就像直角三角形的斜边。搭建一个如图 1.9 所示的模型，现在测量它们的各边，记住不要去计算第一个孔，因为我们是根据孔之间的距离来测量长度的，三角形的底边有 6 个孔，高度有 8 个孔：记住在标准结构中它们间的距离为底部的梁到上面的梁两孔间的距离（在图中我们放置了一根垂直梁，帮助你计算孔的数量。直角三角形的斜边长度为 10 个孔）。

在这里我们介绍一下由古希腊哲学家、数学家毕达哥加斯加创建的勾股定理，这是一个非常著名的数学定理。定理证明了直角三角形的直角边与斜边的数学关系，假设组成直角的两边称为 A、B，三角形斜边为 C。它们间的关系就是：

$$A^2+B^2=C^2$$

现在我们将数字代入上面的公式得到：

$$6^2+8^2=10^2$$

将上式展开：

$$(6 \times 6) + (8 \times 8) = (10 \times 10)$$

$$36 + 64 = 100$$

$$100 = 100$$

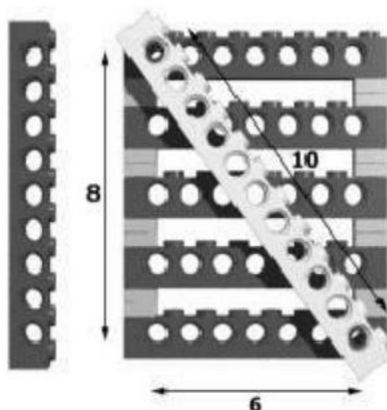


图 1.9 勾股定理的应用

值得肯定的是，这个例子不是偶然的，而是应用了勾股定理，逆用这个定理，如果知道底边和高度的值，就可以算出斜边的值。只有当两个数字的平方和刚好等于另一个数字的平方时，公式才成立，如表 1.1 所示：

A(底边)	B(高)	A*A	B*B	A <sup>2</sup> +B <sup>2</sup>	说明
5	6	25	36	61	不成立
3	8	9	64	73	不成立
3	4	9	16	25	成立，25=5×5
15	8	225	64	289	也成立，虽然 289=17×17，它可以得出一个大的三角形
9	8	81	64	145	145 不是整数的平方，但它接近 144

					(12x12)，因为梁的配合允许有 1% 的误差，所以斜梁也可以配合。
--	--	--	--	--	-------------------------------------

现在，你可能会问，在玩积木时，是否要在桌上放一个小计算器，而且还需要重心温习一下高中数学？其实你不必担心。因为：你不会经常使用斜梁。而最常用的三角形连接都是基于 3-4-5 三条边长的（如表 1.1 第三行），如果将三角形各边长同时扩大一个整数倍，又会得到一个有效的 3 边长。如扩大 2 倍得到：6-8-10，扩大 3 倍得到：9-12-15 等等。这些都是有用并且是很容易记住的边长。

我们在附录 B 中提供了包含许多实用的边长列表，还有一些等式虽不成立但非常接近正确的数值，可以配合得很好，而不会对积木块引起任何的损坏。

我们建议你花一些时间研究三角形，试着使用一下使用不同边长的连接方式来检验它的刚度。这些知识对你以后搭建复杂的模型是非常有用的。

### 1.5 水平尺寸和单位的表示

到现在为止，我们一直都在讨论垂直平面，因为使用垂直梁来固定层的技术对搭建出坚固的模型是非常重要的，当然坚固的模型是塑料的。在水平方向上使用积木还有非常有效的方法，那就是：连接凸点。

前面介绍过，测量长度的单位是凸点，也就是说，只要数出积木的凸点数，就能计算积木的长度。梁上的孔都以相同间距排列，实际上，3 个凸点的长度与 3 个孔的长度是相等的。观察梁，会注意到孔与凸点是交错排列的，每个梁上的孔总比凸点少一个。但也有两种例外：带 1 孔的 1×1 梁，带两孔的 1×2 的梁（如图 1.10），机器人套装中没有这两种积木，但它们是很有用的。



图 1.11 带 1 孔的 1×1 梁和带两孔的 1×2 的梁

在这些短梁中，孔刚好排列在凸点下，而不在它们之间，而且当与标准梁一起使用时，可以得到半个孔的增量（如图 1.11）。在下一章讲到齿轮时将会看到这两种梁的实际应用。



图 1.11 得到半个孔的间距

还有一种可以实现同样功能的积木，即带一个凸点的  $1 \times 2$  的板。在机器人套装中也没有这个积木块，但也很容易找到。如图 1.12 所示，调整半个凸点的距离时是很有用的。在模型中，这有助于调整触动传感器的位置，我们在这本书中将会看到一些这方面的实例。



图 1.12 单凸点  $1 \times 2$  的板

## 1.6 铰链支撑

在结束本章之前，我们再回到三角形支撑，你现在拥有了可以轻易解决问题的全部工具了。这里也没有新的内容，只是前面理论的不同应用。这项技术你可能用不到，但为了完善起见，我们这里合仍介绍一下。

首先需要介绍一个特殊的部件：铰链（如图 1.13）。使用这种铰链能搭建许多不同的三角形，但还是针对直角三角形的，因为它们是到目前为止最有用的三角形连接部件。铰链的两端可以与板或梁的上下层连接，同时提供了许多与其它结构整合的方法。



图 1.13 乐高铰链

乐高铰链可以旋转连接的梁，保证它们的内角始终接触。因此，使用 3 个铰链，就能得到一个三角形，它的垂直边集中在铰链的旋转中心上，内部边长就等于梁的长度（如图 1.14）。关于直角三角形，你已对勾股定理比较熟悉了，它也同样可以应用在这里，我们已经看到的相同的连接在这里也成立：3-4-5，6-8-10 等等。



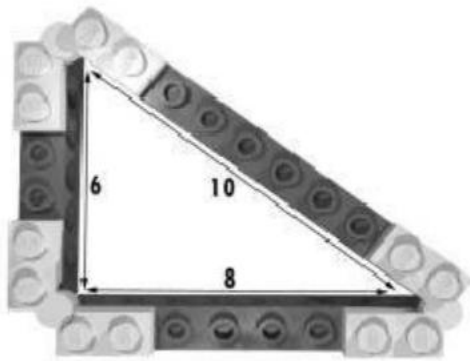


图 1.14 使用铰链组成直角三角形

### 小结:

你学过几何学吗？假如对基础熟悉，学起来就不会困难了。首先，它有助于根据它们之间的比例去确定积木块，通过凸点计算它们的长度和宽度。并认识了垂直单位与水平单位的比例是 6: 5。有了这个简单的比例，你可以试着去将轴或销插入垂直梁的孔中来固定结构；你知道了每 5 块积木砖的高度，垂直梁的孔刚好与之相配合；同样，由于 3 块板的高度刚好等于一块积木砖，最紧凑的固定结构就是使用 2 片板和 1 块砖加起来的高度，因为它刚好是 5 的倍数，如果对此你能灵活应用，每一件事都会变的很容易：1 块砖，2 块板，1 块砖，2 块板……

为了配合一根斜梁，使用了勾股定理。基于 3-4-5 边长的连接可以组成一类容易记住的边长来做成一个三角形。但也有其他方法，有的也是基于这个原理，还是去看一下附录 B 提供的表吧。